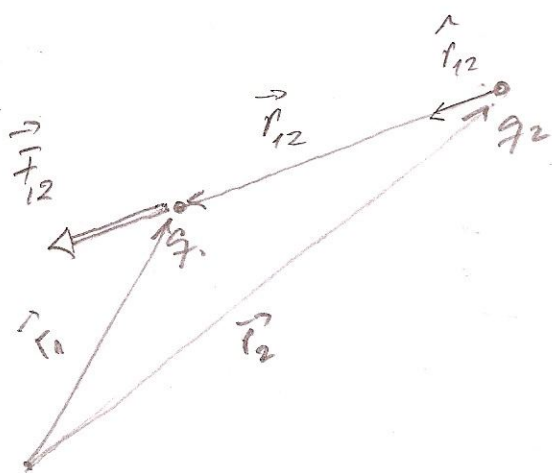


- Vimos na aula anterior que há dois tipos de cargas, (+ e -) e que cargas de mesmo tipo (sinal) se repelem, enquanto cargas de tipos distintos (sinais opostos) se atraem.
- Essa força de atração e repulsão depende da magnitude das cargas envolvidas e da distância entre elas.
- Mais especificamente, a intensidade dessa força é dada por

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$$

$$k = 8.99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

Modelo de cargas pontuais.



A força está na direção da reta que une as duas cargas.

$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \quad (\text{aquilo que sobrou do } \vec{r}_1 \text{ depois de tirar o } \vec{r}_2)$$

$$\hat{r}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|} \quad \text{vetor unitário na direção de } \vec{r}_{12}$$

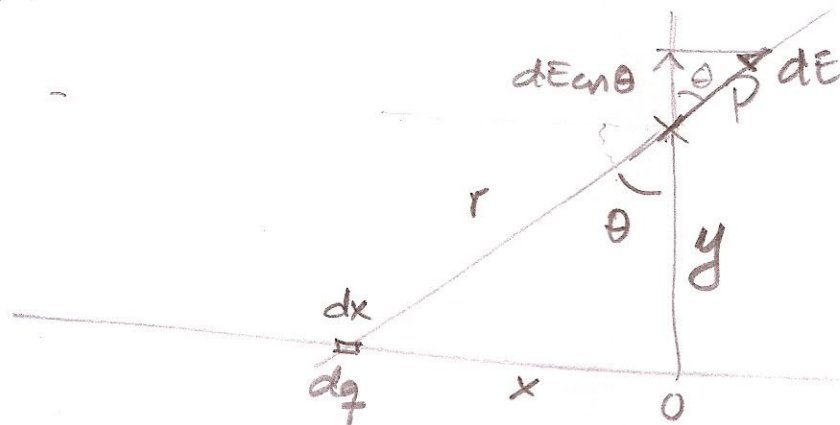
Notação:

$\vec{F}_{12}$ - força que a carga 2 faz na carga 1

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

- Se q_1 e q_2 tiverem mesmo sinal $\vec{F}_{12}$ tem o sentido de $\hat{r}_{12}$
- Se q_1 e q_2 tiverem sinais opostos $\vec{F}_{12}$ tem sentido de $-\hat{r}_{12}$

A componente $\hat{y}$ da contribuição para o campo total devido a esse elemento do fio de comprimento dx , situado na posição x , é dado por



$$dE_y = dE \cos \theta = \frac{k dq}{r^2} \cos \theta = \frac{k dq}{r^2} \frac{y}{r} = \frac{k dq y}{r^3}$$

$\uparrow$
 $\cos \theta = \frac{y}{r}$

$$dq = \lambda dx$$

$$E = \int dE_y = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k \lambda y dx}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$= k \lambda y \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{y} \hat{y}$$

Substituição de variáveis $x = y \tan \theta$

$$dx = y \frac{1}{\cos^2 \theta} d\theta$$

$$[x^2 + y^2]^{3/2} = y^3 [1 + \tan^2 \theta]^{3/2} = y^3 \frac{1}{\cos^3 \theta}$$

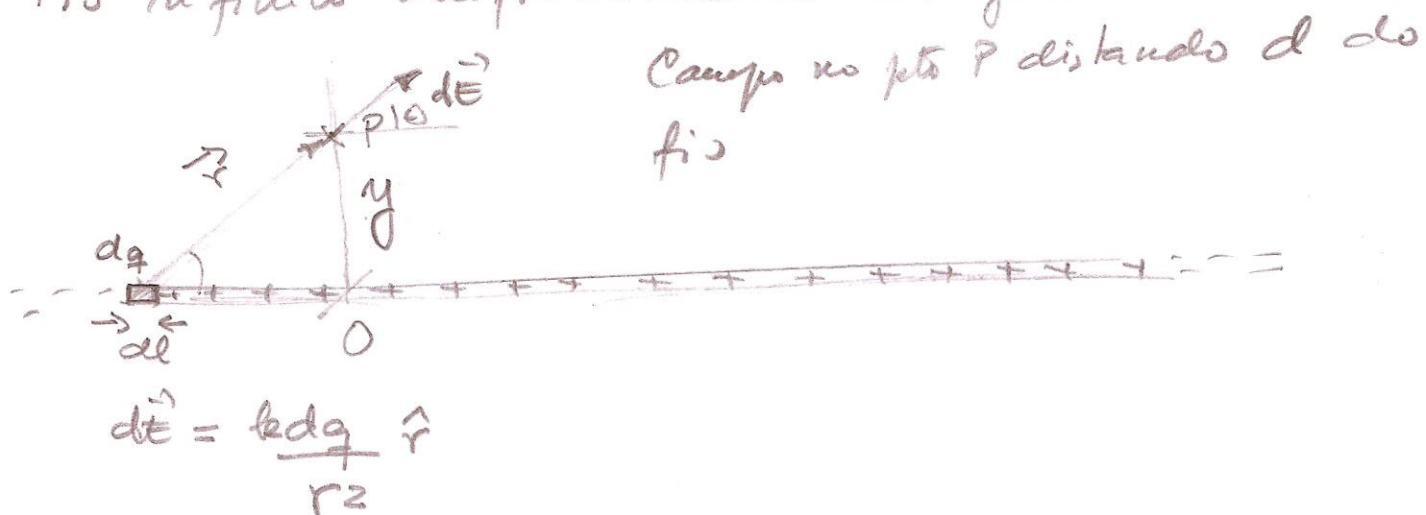
$$E = k \lambda y \int \frac{\frac{y}{\cos^2 \theta}}{\frac{y^3}{\cos^3 \theta}} d\theta = \frac{k \lambda}{y} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \theta d\theta = \frac{k \lambda}{y} \sin \theta \Big|_{-\pi/2}^{+\pi/2}$$

$$\vec{E} = k \frac{2\lambda}{y} \hat{y}$$

Campo cai em $1/y$ e é perpendicular ao fio

Distribuição contínua de carga.

Fio infinito uniformemente carregado



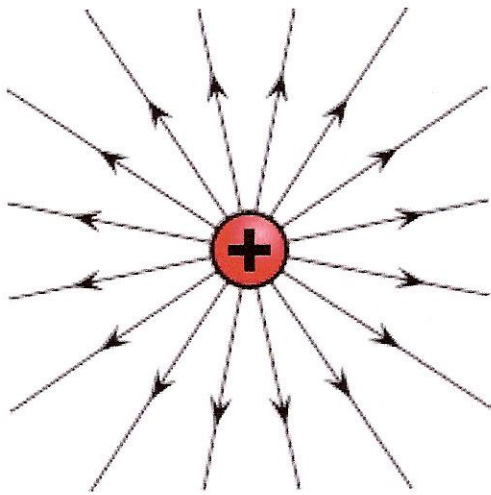
Definimos uma densidade (no caso linear) de carga no fio $\lambda = \frac{dq}{dl}$ (quantidade de carga por unidade de comprimento do fio)

Considere $\lambda = \text{cte}$ (distribuição de carga uniforme); em um segmento do fio de comprimento dl existe uma quantidade de carga $dq = \lambda dl$.

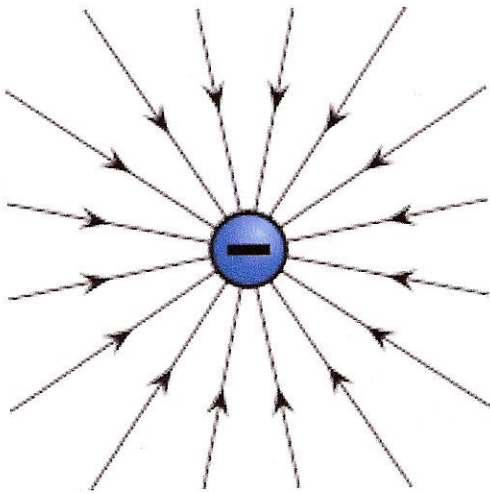
Por simetria a componente resultante (do campo total) deve ser $\perp$ ao fio; para cada elemento do fio à esquerda de P existe um outro à direita cuja contribuição cancela a $\parallel$ ao campo na direção $\hat{x}$ paralela ao fio.

Linhas de campo: carga positiva

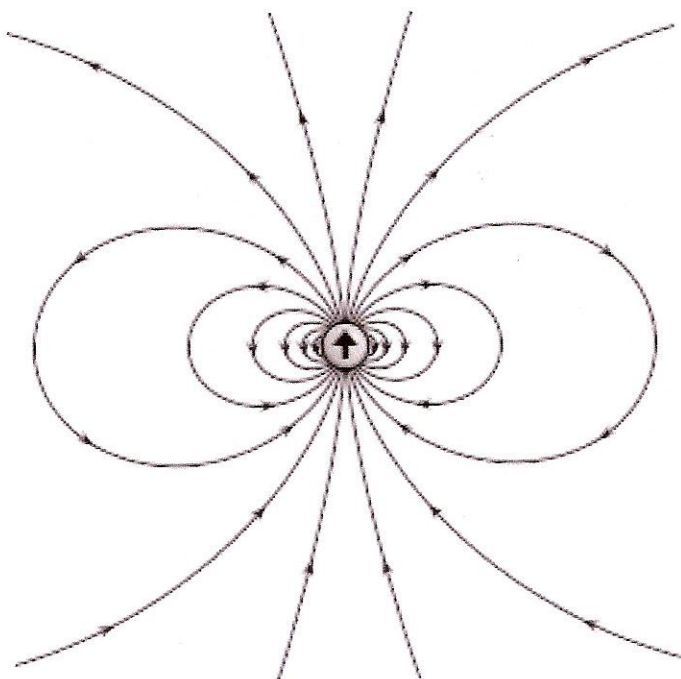
9

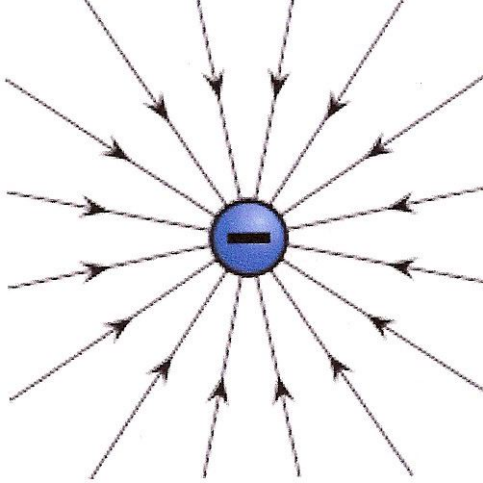


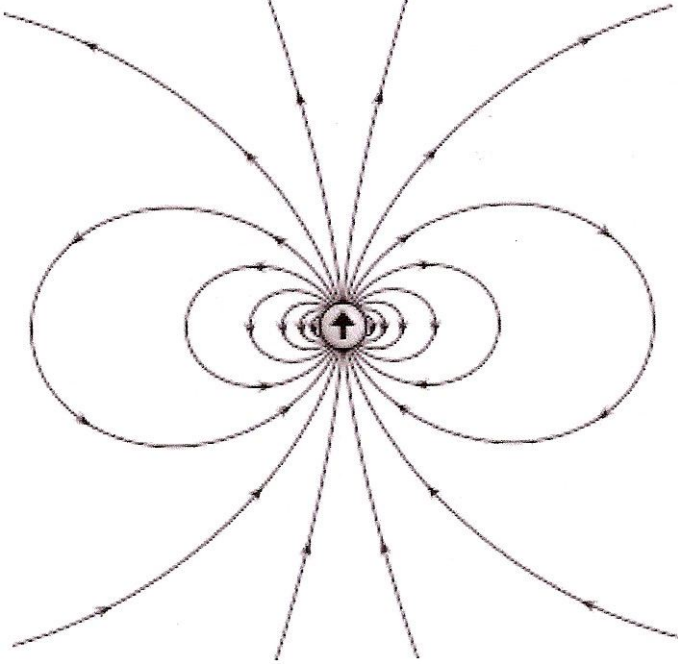
Linhas de campo: carga positiva



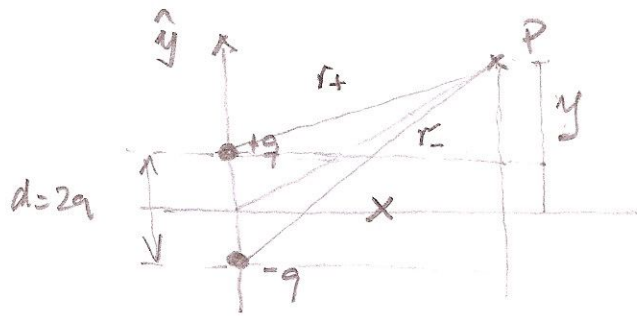
Linhas de campo: dipolo elétrico



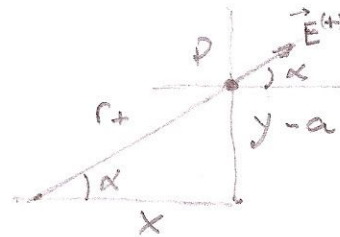




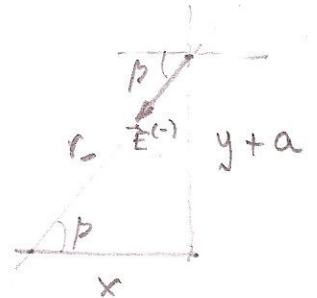
Sugestão: Façam o problema 28.12: caso geral



Coordenadas do pto $P: (x, y)$



$$\cos \alpha = \frac{x}{r_+}; \sin \alpha = \frac{y-a}{r_+}$$

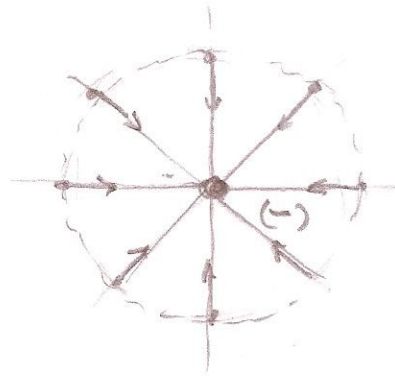
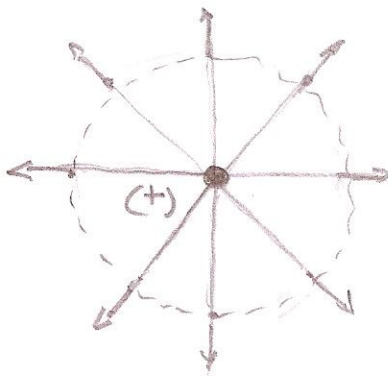


$$\cos \beta = \frac{x}{r_-}; \sin \beta = \frac{y+a}{r_-}$$

Linhas de campo.

- Direção tangente é a direção do campo naquele ponto.
- # de linhas / unidade de área da seq. reta (perpendicular às linhas) é proporcional a intensidade do campo.

Campo produzido



Vamos supor que estamos interessados no campo gerado por um dipolo para valores de $x \gg a$.

(Lembre-se da polarização de um dielétrico: a separação entre as cargas é relativamente pequena, comparada com distâncias macroscópicas, onde eventualmente estamos interessados em saber o efeito da polarização)

$$(x^2 + a^2)^{3/2} = x^3 \left(1 + \frac{a^2}{x^2}\right)^{3/2}$$

$$\text{Se } x \gg a \Rightarrow \frac{a^2}{x^2} \ll 1$$

$$(1 + \epsilon)^n \sim 1 + n\epsilon + \frac{n(n-1)}{2!} \epsilon^2 + \dots$$

Para valores de $\epsilon \ll 1$ podemos reter os termos de ordem mais baixa apenas.

$$\vec{E} = -\frac{k p}{x^3} \left(1 + \frac{a^2}{x^2}\right)^{-3/2} \hat{y} \sim -\frac{k p}{x^3} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{a^2}{x^2}\right) \hat{y}$$

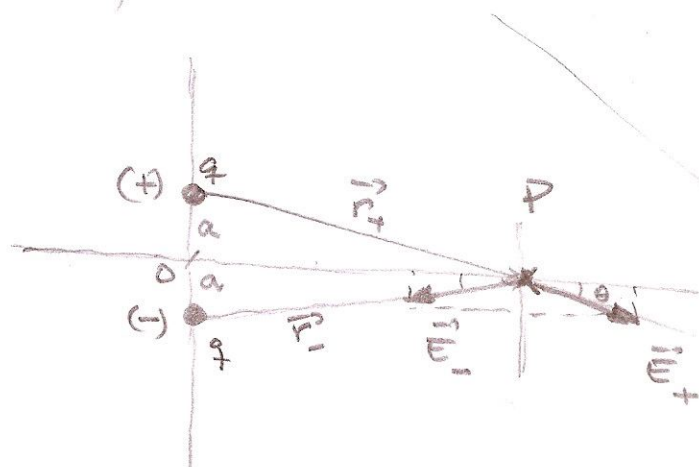
Em ordem mais baixa $\vec{E} = -\frac{k p}{x^3} \hat{y}$.

Campo de um dipolo ^{elétrico} cai com $\frac{1}{x^3}$ a medida que
você se afasta do dipolo

↑
Take home message

Campo elétrico devido a um dipolo elétrico

Caso particular:



Dois cargas $+q$ e $-q$
separadas por uma
distância $d=2a$.
Situados no eixo y
• Campo em pts P
situados no eixo x .

$$\vec{E}_+ = \frac{kq}{r^2} \hat{r}_+$$

$$\vec{E}_- = \frac{kq}{r^2} \hat{r}_-$$

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

$$|\vec{r}_+| = |\vec{r}_-| = \sqrt{x^2 + a^2} = r$$

Componente $\hat{x}$ do campo $\vec{E}$ é nula.

$$E_x = E_x^+ - E_x^-$$

$$|E^+| = |E^-| = \frac{kq}{r^2}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r}$$

Componente $\hat{y}$ do campo $\vec{E}$

$$E_y = E_y^+ + E_y^- = 2 \frac{kq}{r^2} \sin \theta = \frac{2kq}{r^2} \frac{a}{r} = \frac{k 2aq}{r^3}$$

$$\sin \theta = a/r$$

O produto $qd = 2aq =$ momento de dipolo elétrico

$$E_y = \frac{kp}{r^3}$$

$$\vec{E} = -\frac{kp}{r^3} \hat{y} = -\frac{kp}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \hat{y}$$

Esta noção de campo é útil principalmente em eletrodinâmica, que estuda os fenômenos e efeitos elétricos associados à distribuição de cargas em movimento.

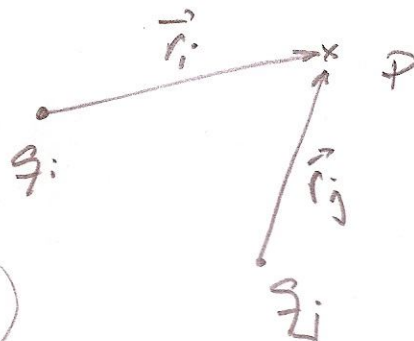
Campo elétrico tem unidade de $\frac{N}{C}$.

Campo gerado por um conjunto de cargas

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i$$

$\vec{E}_i$ campo gerado pela carga q_i :

$$\vec{E} = \frac{k q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$



Mais uma vez soma de vetores

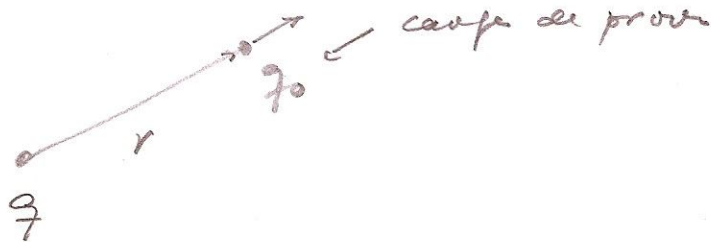
Campo Elétrico

- Interação à distância
- Interação via campo.

Idéia : Uma carga elétrica gera um campo elétrico em todo o espaço ; uma perturbação no espaço .
A geração dessa perturbação em um dado ponto do espaço , distante dessa carga , não é instantânea . Ela se propaga muito rápido , mas não é instantânea .
carga gera campo $\rightarrow$ uma segunda carga interage com esse campo e experimenta a força elétrica .

$$\vec{F} = k \frac{q_0 q}{r^2} \hat{r}$$

força que q faz em q_0

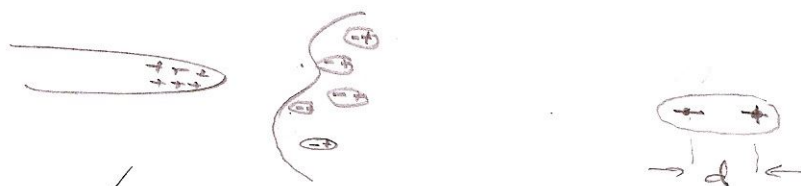


$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad \text{ou} \quad \vec{F} = q_0 \vec{E}$$

q gera o campo $\vec{E}$ e uma carga q_0 qualquer ,
na presença de um campo elétrico $\vec{E}$ sofre
uma força

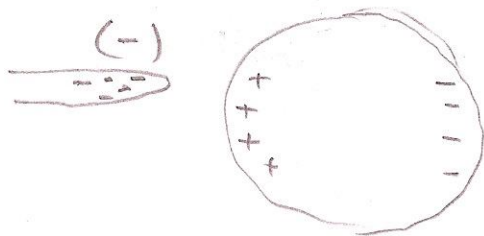
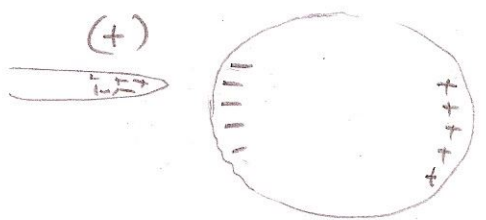
$$\boxed{\vec{F} = q_0 \vec{E}}$$

Mencionamos o efeito de polarização induzida em isolantes. Essa polarização, como veremos, está associada à permissividade elétrica do meio.



O bastão carregado induz o aparecimento de dipolos elétricos no meio

Nos metais, os elétrons de condução tem carga negativa, e como são livres, pode se movimentar no condutor, eles se deslocam para as proximidades do bastão (se o bastão estiver carregado positivamente), ou para o extremo oposto (se o bastão estiver carregado negativamente), deixando um excesso de carga positiva onde eles saíram



Isto é fictício apenas. Como veremos, em um condutor em equilíbrio eletrostático a distribuição de carga induzida deve ser tal que o campo elétrico no interior do condutor se anule

3ª lei de Newton: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

força que a carga q_1 faz sobre q_2 . (2)

força que a carga q_2 faz sobre q_1 .

Princípio de superposição:



$$\vec{F}_0 = \sum_{i=1}^N \vec{F}_{0i} = \sum_{i=1}^N k \frac{q_0 q_i}{r_{0i}^2} \hat{r}_{0i} = k q_0 \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_{0i}^2} \hat{r}_{0i}$$

força que atua em q_0 devido a todas as cargas

Note que é uma soma de vetores; é incorreto somar apenas as intensidades (módulos das forças).

$$k \approx 8,99 \times 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2}$$

No SI é comum expressar

$$k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$$

onde $\epsilon_0 \approx 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N m}^2}$

permissividade elétrica do vácuo.